適合原理に基づくサンプル値制御系の構成に関する研究

著者	小野 貴彦
号	108
発行年	1998
URL	http://hdl.handle.net/10097/12790

氏名(本籍)	小　野　貴　彦（おの　たかひこ）	(長野県)
学位の種類	博　士　(情報科学)	
学位記番号	情博　第１０８号	
学位授与年月日	平成１１年３月２５日	
学位授与の要件	学位規則第４条第１項該当	
研究科，専攻	東北大学大学院情報科学研究科(博士課程) システム情報科学専攻	
学位論文題目	適合原理に基づくサンプル値制御系の構成に関する研究	
論文審査委員	(主査) 東北大学教授　猪岡　光　　東北大学教授　林　叡 東北大学教授　阿部　健一(工学研究科)　　東北大学助教授　石原　正	

論文内容要旨

第1章　序論

近年，新しい制御系設計原理として適合原理が提唱されている．適合原理は，制御系とそれに影響を与える環境とを「適合」させることを目的とした設計法であり，環境から加わるすべての入力に対して，制御系の応答が許容されるように制御系を構成する．特に，制御量の上限値を性能指標として用いるクリティカル系の設計手法として有効であり，これまでに，応用上重要ないくつかの外生入力クラスに対する設計手法が連続時間系と離散時間系に対して提案されている．しかし，今日多くの制御系が連続時間信号と離散時間信号が混在するサンプル値系として構成されていることを考えると，実用上はサンプル値系を対象とした設計法が重要である．サンプル値系の設計では，設計仕様が連続時間での仕様として与えられるため，サンプル時刻間の振る舞いを厳密に考慮する必要がある．しかし，このようなサンプル値系固有の問題に対処した適合制御系の設計手法はまだ確立されてはいない．

そこで本論文では，適合原理に基づくサンプル値クリティカル制御系の構成法として，直接設計法，離散時間近似設計法，連続時間近似設計法の三つの手法を提案する．さらに，数値例を通して提案した設計法の有効性を確認する．

第2章　準備

本章では，論文中で使用する記号，適合原理，クリティカル系について説明し，問題を定式化している．

制御系は，連続時間一般化制御対象 G と離散時間補償器 K，およびサンプラ S と零次ホールダ H からなるサンプル値系として構成する(図1)．適合原理は，環境と制御系を適合させることを目的とした制御系設計手法であり，生起可能入力空間と許容入力空間の二つの入力空間を用いて，前者の入力空間が後者の入力空間の部分空間となるように制御系を構成する．本論文では，外生入力 $w_j\ (j=1,\ldots,N_w)$ は振幅が M_{j1} 以下である持続入力 w_{j1}，エネルギが M_{j2} 以下である過渡入力 w_{j2}，変化率が $\pm M_{j3}$ 以内で

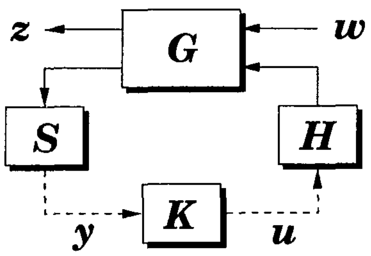

図 1: サンプル値制御系

ある持続入力 w_{j3}，変化率の二乗積分値が M_{j4} 以下である過渡入力 w_{j4} の和で表されると仮定し，この入力の集合を生起可能入力空間として以下のように定義した．

$$\mathcal{F}(M) = \left\{ w \in \mathcal{C}(\mathbb{R}_+, \mathbb{R}^{N_w}) \; : \; \begin{array}{ll} w_j = w_{j1} + w_{j2} + w_{j3} + w_{j4}, & j = 1, \ldots, N_w \\ \|w_{j1}\|_\infty \le M_{j1}, & \|w_{j2}\|_2 \le M_{j2} \\ \|\dot{w}_{j3}\|_\infty \le M_{j3}, & \|\dot{w}_{j4}\|_2 \le M_{j4} \end{array} \right\} \tag{1}$$

ただし，$\mathcal{C}(\mathbb{R}_+, \mathbb{R}^{N_w})$ は非負の実数上で定義される区分的に連続なベクトルの集合を表し，M は M_{jq} を (j, q) 要素とする行列である．これに対して，許容入力空間はクリティカルな仕様を保証する入力の集合，すなわち，制御量 z_i の上限値が許容値 ε_i 以下になる入力集合として以下のように定義した．

$$\mathcal{T} = \left\{ w \in \mathcal{C}(\mathbb{R}_+, \mathbb{R}^{N_w}) \; : \; \|z_i(w)\|_\infty \le \varepsilon_i \text{ for all } i \in \{1, \ldots, N_z\} \right\} \tag{2}$$

これより，環境と制御系が適合するための必要十分条件 $(\mathcal{F}(M) \subseteq \mathcal{T})$ は，

$$\|z_i\|_{\text{peak}} := \sup \left\{ |z(t, w)| \; : \; t \in \mathbb{R}_+, \, w \in \mathcal{F}(M) \right\} \le \varepsilon_i \text{ for all } i \in \{1, \ldots, N_z\} \tag{3}$$

として表される．第 3 章から第 5 章では，(3) 式を保証する環境および制御系の構成法を提案している．

第 3 章　リフティングによる直接設計

(3) 式に示すように，クリティカル制御系の設計では設計仕様は連続時間での仕様として与えられる．本章では，サンプル時刻間においてもこの仕様を保証する設計法として，リフティングに基づく手法を提案している．

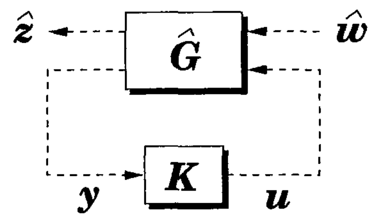

図 2: サンプル値系の時変表現

サンプル値系は連続時間信号と離散時間信号が混在するため，本来は時変系として表現される (図 1)．リフティングとは，連続関数をサンプル周期と同量の幅をもつ実数区間上で定義される関数に分割する操作をいい，入力 w と出力 z に作用させることで，観測量 y と操作入力 u と同一周期の信号列に変換できる (図 2)．これより，サンプル値系を時不変系として表現することが可能となる．そこでまず，リフティングを導入し，サンプル値系のたたみ込み和表現による入出力モデルを求めた．このモデルは，離散近似により得られるモデルとは異なり，サンプル時刻間における制御対象のダイナミクスをも含んだ表現として与えられる．次に，この入出力モデルから外生入力空間 $\mathcal{F}(M)$ に対する適合条件，すなわち (3) 式を保証する条件を，単位インパルス応答や単位ステップ応答に対する不等式制約の形式として導出した．この条件は，リフティングを導入し，サンプル値系を時不変系として扱ったことにより，Lyapunov 方程式や逐次的な計算手法を用いて評価することが可能である．設計では，この適合条件を用いて数値探索法により解 (補償器の設計パラメータと外生入力のクラスを決める M) を求める．

第 4 章　Fast-Discretization による離散時間近似設計

第 3 章で導出した適合条件は，直接設計法での探索条件として用いられるだけでなく，既存の環境と制御系との適合を判定する評価式としても利用できる．これより，離散時間系に対して提案された適合制御系の設計法も，サンプル値制御系の一構成法として適用できる．しかし，単純にサンプル周期で制御対象を離散化してしまうと，サンプル時刻間におけるダイナミクスが完全に失われてしまうため，それより導出される制約条件を用いて数値探索を実行しても，効率よく解を求めることはできない．そこで本章では，Fast-Discretization(FD) 近似により得られる離散時間モデルより制約条件を導出した．

FD 近似とは，実際のサンプル周期よりも速い周期で仮想的に制御対象を離散化する手法である．これにより，サンプル時刻間の制御対象のダイナミクスを部分的に保存することが可能となるので，単純に

サンプル周期で離散化する従来法での問題点を改善することができる．まず，FD近似により定義される状態空間表現のモデルをたたみ込み和表現に基づく入出力モデルとして表した．続いて，このモデルより適合のための必要条件を，単位インパルス列応答に対する不等式制約として導いた．この条件は，FD近似モデルを用いて容易に評価できることから，直接設計法と比べて効率よい制御系設計を可能にする．また，仮想離散化周期を限りなく0に近づけたときに得られる条件は，第3章で求めた適合条件と一致することを示した．したがって，この条件を用いても環境と制御系との適合の判定が可能である．

第5章　行列不等式表現による連続時間近似設計

連続時間近似設計法とは，i) 適合を満たす連続時間補償器を求め，ii) 双一次変換などにより離散化する手法を指す．本章では，特にi)の過程を中心に議論し，適合条件を線形行列不等式(LMI)や双線形行列不等式(BMI)などの行列不等式として表し，内点法に基づく半正定値計画法により適合補償器を求める手法を提案している．

まず，図1において，サンプラ+補償器+ホールダを連続時間補償器 K_c におきかえ，一般化制御対象 G と補償器 K_c で構成される連続時間制御系に対する適合条件を，LMIやBMIなどからなる連立行列不等式条件として表した．これらの行列不等式条件は設計パラメータに対して線形ではないため，内点法により直接解を得ることはできない．そこで，Schererらの変数変換法を適用し，内点法が適用できる表現に書き改めた．しかし，すべての設計パラメータに対して線形とはならないため，一部の変数を固定して部分的に凸問題に帰着させて解く必要がある．そのため，固定する変数が少なくてすむ一入出力系 ($N_z = 1, N_w = 1$) に対しては，きわめて効率よく解を得ることができる．しかし，導出した連立行列不等式条件は適合のための十分条件であり，また，Schererらの変数変換法を適用した場合，補償器の次数が制御対象の次数に固定されるため，直接設計法やFD近似モデルに基づく近似設計法と比べると，設計自由度が小さくなるという問題点が残る．

探索により得られた連続時間補償器は離散化されたのち実装される．一般に，離散化後も適合が保証されるとは限らないため，最終的には，離散化された補償器により適合が満たされることを確認する必要があるが，これは第3章および第4章で導出した適合条件を評価することで判定できる．

第6章　数値例

第3章から第5章で提案した手法に基づき，サーボモータによるアンテナの回転角制御系を構成した．サンプル点間応答を考慮しない従来の近似設計法では解くことができない場合でも，本手法を適用すれば解けることを示し，提案した設計手法の有効性を示した．

第7章　結 論

本章では，本論文の総括として各章の結論をまとめている．

論文審査の結果の要旨

近年、「適合原理」と呼ばれる制御系設計原理が提唱されている。この設計原理は、制御系とそれに影響を与える外部入力からなる集合が適合するようにコントローラを設計しようとするものである。現在までに、設計仕様として制御量の上限値を用いた場合に対して、いくつかの外部入力信号集合に対する適合条件が求められている。しかし、そのほとんどが連続時間系や離散時間系に対するものであり、応用上重要なサンプル値制御系に対する十分な研究がなされているとは言い難い。本論文は適合原理に基づくサンプル値制御系の新しい設計法について考察したものであり、全編7章よりなる。

第1章は序論である。

第2章では、適合原理に基づく制御系設計における基本概念について説明し、本論文で考察するサンプル値制御系の設計問題を定式化している。

第3章では、サンプル値適合制御系の近似を伴わない設計法としてリフティングを用いた設計法を提案している。本来時変系であるサンプル値制御系はリフティングにより無限次元の時不変系として表現できる。このことを利用して、適合条件をインパルス応答やステップ応答に対する制約として導出している. また、これらの適合条件の評価法について考察し、効率的な数値計算法を与えている。これらは理論的に極めて重要な成果である。

第4章では、サンプル値適合制御系の近似的設計法の一つとして、仮想的な高速離散化に基づく離散時間リフティングを用いる設計法を提案している。この手法では、サンプル値制御系は有限次元の時不変離散時間系により近似されるため、前章で提案した設計法と比べて、設計に必要な計算量を大幅に軽減することが可能である。これは実用上重要な成果である。

第5章では, 連続時間近似に基づくサンプル値適合制御系の設計法として、行列不等式を用いる設計法を提案している。この場合、適合条件は線形行列不等式または双線形行列不等式条件として与えられることを明らかにしている。これらの行列不等式は内点法に基づく数値的方法により高速に解くことが可能であり、従来用いられているパラメータ探索法に比べて効率的な設計を行うことができる。この結果は理論的にも実用的にも重要な成果である。

第6章では、第3章から第5章で提案した設計手法をあるサーボ系の設計問題に対して適用し、各設計法の得失を明らかにしている。この結果は実用上有用な知見を与えるものである。

第7章は結論である.

以上要するに本論文は、適合原理に基づくサンプル値制御系の新しい設計法を提案し、その有効性を明らかにしたものであり、制御工学および情報科学の発展に寄与するところが少なくない。

よって、本論文は博士（情報科学）の学位論文として合格と認める。